# БРОЙНИ СИСТЕМИ

## ОСНОВНИ БРОЙНИ СИСТЕМИ

## ОБЩИ ПОЛОЖЕНИЯ

Въпреки, че съществуват много бройни системи NUMBER SYSTEMS*,* ние ще се занимаваме с четири. Те са:

Десетична система, която ползува за основа числото 10; Двоична система, която ползува за основа числото 2; Осмична система, която ползува за основа числото 8; Шестнайсетична система, която ползува за основа числото 16;

Тези системи са широко използувани в цифровите системи и компютрите.

Ние ще разглеждаме двоичните, осмичните и шестнайсетичните бройни системи като ги сравним с нашата много добре позната десетична система.

## ДЕСЕТИЧНА БРОЙНА СИСТЕМА.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| В десетичната бройна система числата са представени чрез цифрите от 0 до 9 и чрез даване на стойност на цифровата позиция. Така десетичното цяло число 537 е получено от: 5х102 + 3x10' + 7x10°  Различните цифрови позиции на ляво в десетичното число са с нарастващи степени  на 10. | | | |
| Хиляди  103 | Стотици  102 | Десетици  101 | Единици  100 |
| Както знаем дадено число може да се представи с десетични знаци. За дробни числа прилагаме подобна стойност (приложение), цифри зад десетична точка са записани в отрицателна степен на 10.  ПРИМЕР: 2786,13410 може да се смята като:  2х103 + 7х102 + 8x101 + 6x100 + 1x10-1 + 3х10-2 + 4х10-3 | | | |
| Десетичната система е казано да има основа или база 10, защото тя използува 10 цифри и съседни цифрови позиции различаващи се на една степен на 10. | | | |
| За едно число знакът използуван за долен индекс, който показва каква е основата (базата) се записва по следния начин:  12310 означава десетичното число 123;  110112 означава двоично число 11011;  5678 означава осмичното число 567; | | | |
|  | | | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **1.3. ДВОИЧНА БРОЙНА СИСТЕМА**. | | | | | |
| Двоичната система използува само две цифри 0 и 1, но точно същите основни принципи се прилагат както за десетичната бройна система. Всяка съседна цифрова позиция (бит) се различава със степен на 2. Така двоичното число 101102 може да  бъде написано като: | | | | | |
| 24 23 22 21 2°  16 8 4 2 1  1 0 1 1 0  или като 1х24 + 0х23 + 1х22 *+* 1х21 + 0x20  Десетичният еквивалент на двоичното число лесно се получава чрез сумиране заедно различните степени на две за числото. | | | | | |
| 1х24 + 0х23 + 1х22 + 1х21 + 0x20 =1 6 + 0 + 4 + 2 + 0 = 2210 | | | | | |
| Опитайте един или два примера самостоятелно:  ЗАДАЧИ: Преобразувайте следните двоични числа еквивалент. | | | в | техния | десетичен |
|  | а) 1012  б)11112 | Отг. 510  Отг. 1510 |  |  |  |
| в) 1001112 | Отг. 3910 |  |  |  |

## ОСМИЧНА БРОЙНА СИСТЕМА.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тази система позиция е степен на 8. | използува | осем | за | основа | или | база.така | че всяка | цифрова |
| 83 | 82 | 81 | 80 | | 8-1 | | 8-2 | 8-3 |
| 512 | 64 | 8 | 1 | | 1/8 | | 1/64 | 1/512 |

ПРИМЕР: Така осмичното число 568 може да бъде преобразувано в десетично като:

568 = 5х81 + 6x80 = 5x8 + 6 80 = 40 + 6 = 4610

ПРИМЕР: Аналогично и за осмичното 7778 десетичният еквивалент е:

7778 = 7х82 + 7х81 + 7x80 = 7x64 + 7x8 + 7= 448 + 56 + 7 = 51110 '

* 1. ШЕСТНАЙСЕТИЧНА БРОЙНА СИСТЕМА.

Тази система използува шестнадесет за основа или база, така че всяка цифрова позиция е степен на 16. Тъй като тази основа използува повече от 10 символа, първите 6 букви от английската азбуката се използуват да представят числата от 10 до 15.

10 = А; 13 = D;

11 = В; 14 = Е;

12 = С; 15= F.

Таблицата по-долу показва десетичните, двоични, осмични и шестнадесетични еквиваленти на първите 21 десетични числа.

Десетични Двоични Осмични Шестнадесетични

|  |
| --- |
| 0 00000 00 0  1 00001 01 1  2 00010 02 2  3 00011 03 3  4 00100 04 4  5 00101 05 5  6 00110 06 6  7 00111 07 7  8 01000 10 8  9 01001 11 9  10 01010 12 A  11 01011 13 B  12 01100 14 C  13 01101 15 D  14 01110 16 E  15 01111 17 F  16 10000 20 10  17 10001 21 11  18 10010 22 12  19 10011 23 13  20 10100 24 14 |
| Десетични еквиваленти от шестнадесетични числа получаваме аналогично  56716 = 5х162 *+* 6x161 + 7x160 = 5x256 + 6x16 *+ 7 =* 1280 + 96 + 7 = 138310 |
| FАВ416 = Fх163 + Ах162 + Вх161 + 4x160 = 15х163 + 10х162 + 11x161 + 4x160 = 15x4096 +  10x256 + 11x16 + 4x1 =61440 + 2560 + 176 + 4 = 6418010 |
| ЗАДАЧА: Преобразувайте шестнадесетичното число В65F в десетично самостоятелно  Отг. 4668710 |
| Трябва да отбележим, че двоичната система изисква около три пъти повече цифри, за да дефинира числото в сравнение с другите (осмична и шестнадесетична), като използува два символа 0 и 1. Тя се използува вътре в цифровия компютър, а  другите две при обмена човек компютър. |

## ОСНОВНИ ПРЕОБРАЗУВАНИЯ

Ние вече видяхме как да преобразуваме двоична, осмична и шеснадесетична система в десетична.

Сега ще разгледаме как да преобразуваме десетично число в двоично.

#### ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА ДЕСЕТИЧНО ЧИСЛО В ДВОИЧНО

|  |  |
| --- | --- |
| 2.1.1. Цяло десетично число | |
| Десетично в двоично преобразуване се прави чрез повтарящо се деление на 2.  Това е демонстрирано със следния пример.  ПРИМЕР: Преобразувай десетичното число 182 в двоично  Числото се дели на 2 и остатъкът ако има такъв се записва успоредно. Резултатът от делението (частното) се записва отдолу и процесът продължава, докато цялата част на частното стане равна на 0. Двоичното число се намира чрез получената редица от остатъците, като то е с най-младшия значещ бит (LSB) на върха на редицата от получените остатъци от делението с 2.  182:2 остатък 0  91:2 остатък 1  45:2 остатък 1  22:2 остатък 0  11:2 остатък 1  5:2 остатък 1  2:2 остатък 0  1:2 остатък 1  Така 18210 = 101101102 | |
| За всяко преобразуване една валидна проверка бе се осъществила веднага. И така използувайки преобразуването на двоичното число в десетично ние имаме: | |
|  | 1x27 + 0x26 + 1x25 + 1x24 + 0х23 + 1x22 + 1x21 + 0x20 =  = 128 + 0 + 32 + 16 +0 + 4 + 2 +0 = 18210 |
| ЗАДАЧА: Опитай самостоятелно преобразуването на десетично 93 в двоично и провери твоя резултат.  отг. 10111012 | |

#### ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА ДВОИЧНО ЧИСЛО В ОСМИЧНО И ОБРАТНО

|  |
| --- |
| 2.2.1. Преобразуване на цяло двоично число в осмично |
| Двоичното число се разделя на групи от три бита започвайки от младшия  разряд до края на числото и се записва съответният осмичен еквивалент на групите от три бита. |
| ПРИМЕР: 111010111001112 = 11 101 011 100 1112 = 353478 |
| 3 5 3 4 7 |
| ЗАДАЧА: Преобразувай двоичното число 11010101101112 в осмично. Отг. 152678 |



|  |  |
| --- | --- |
| 2.2.2. Преобразуване на цяло осмично число в двоично | |
| Този процес е обратен на описания в точка 2.2.1. Всяко осмично число се заменя с неговия три битов двоичен еквивалент. Така, че числото  123458= 1 2 3 4 58=10100111001012 | |
| 001 010 011 100 101  2.2.3. Преобразуване на дробно двоично число в осмично | |
| Тази процедура е много сходна на тази за цели числа (2.2.1). Двоичното дробно  число се разделя на групи от три бита започвайки от двоичната точка и движещ на дясно. Всяка група от три бита се преобразува в еквивалентен осмичен знак. | |
| ПРИМЕР:  Преобразувай 0,11010102 в осмично и провери преобразуването чрез замяна на двете осмично и двоично числа в десетично.  Групирайки двоичното число в тройки от десетичната точка на дясно ние имаме 0,110.101 и тогава заменяйки групите от три бита с осмичния еквивалент ние  получаваме | |
| 0,110 101 =0,658 и така 0,11010102 = 0,658  6 5 | |
| ПРОВЕРКА: 0,11010102 = 0,5 + 0,25 + 0,0625 + 0,015625 = 0,82812510 | |
|  | 0,658 = 6x1/8 + 5x1/64 = 6x0,125 + 5х 0,015625 = 0,82812510 |
| ЗАДАЧА:  Преобразувай 0,010101112 в осмично и провери твоя резултат. Отг. 0,2568 и 0,3398437510 | |

#### ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА ДВОИЧНО ЧИСЛО В ШЕСТНАДЕСЕТИЧНО И ОБРАТНО

|  |
| --- |
| 2.3.1. Преобразуване на цяло двоично число в шестнадесетично  Този процес е аналогичен на преобразуването от двоично число в осмично (точка 2.2.1). Двоичното число се разделя на групи от четири бита започвайки от младшия разряд до края на числото и се записва съответният шестнадесетичен еквивалент на групите от четири бита.  ПРИМЕР: Преобразувай 111010111001112 в шестнадесетично. Раздели числото в групи започвайки от младшия разряд на ляво до края.  = 11 1010 1110 01112 (двоична в групи от четири) |
| З 10 13 7 (десетична)  З А Е 7 (шестнадесетична) |
| Така 111010111001112= ЗАЕ716 |
| ЗАДАЧА: Преобразувай двоичното число 1111101101111112 в шестнадесетично. |
| Отг. 7DBF16 |
|  |

Отново този процес е обратен на описания в точка 2.3.1. Всяко шестнадесетично число се заменя с неговия четири битов двоичен еквивалент.Така.че числото

516 =11100011101001012

0101

1110 0011 1010

А

З

Е3А516= Е

2.3.2. Преобразуване на цяло шестнадесетично число в двоично

ЗАДАЧА: Преобразувай шестнадесетично число 6САЕ16 в двоично

Отг. 1101100101011102

2.3.3. Преобразуване на дробно двоично число в шестнадесетично

П

|  |
| --- |
| Тази процедура е логическо продължение на метода използуван за цели числа (2.3.1). Двоичното дробно число се разделя на групи от четири бита започвайки от двоичната точка и движещ на дясно. Всяка група от четири бита се преобразува в  еквивалентен шестнадесетичен знак. |
| РИМЕР: Преобразувай двоичното число 0,0101011102 в шестнадесетично |
| Групирайки двоичното число в четворки от десетичната точка на дясно ние  имаме 0,0101 0111 0000 и тогава заменяйки групите от четири бита с шестнадесетичен еквивалент ние получаваме 0,57016 и така 0,0101011102 = 0,5716 |
| ЗАДАЧА: Преобразувай двоичното число по-долу в шестнадесетично. |
| 1111011010,111111110001112 Отг. 7DА,FF1С16 |
| С тези знания преобразуванията между двоична, десетична, осмична и шестнадесетична системи са лесни да се направят. |

1

1. **АРИТМЕТИЧНИ ОПЕРАЦИИ**

По принцип тези операции се извършват по същият начин, както обичайната десетична аритметика. По-особено е само формирането на преноса към по-старшия разряд при събиране и заемането от по-старши разряд при изваждане.

#### 3.1 СЪБИРАНЕ

|  |  |
| --- | --- |
| Числата се събират поразредно, като в резултат на събирането на i-тите разреди на двете събираеми се получава i-тият разред на сумата им. 3.1.1. Двоично  събиране | |
| Двоичната аритметика е бърза и лесна тъй като събиранията могат да бъдат само четири вида:  0+0=0  1+0=1  0+1=1  1+1=0 пренос (саггу) 1 | |
|  | Сума (Sum) |
| Забележете връзката между тази таблица за събиране и таблицата на истинност за елемента Изключващо ИЛИ (ЕХОR). | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Тъй като имаме само две цифри 0 и 1, пренос се случва твърде често.  ПРИМЕР: Да се съберат трите двоични числа и да се направи проверка чрез десетично събиране. | | |
| 11011 |  | 27 |
| +10011 |  | +19 |
| 11000 |  | 24 |
| 10001102 |  | 7010 |
| 3.1.2. Осмично събиране | | |

|  |  |
| --- | --- |
| Тук трябва да се помни, че пренос 1 към по-старши разряд се подава, когато сумата е по-голяма или равна на 8.  ПРИМЕР: Да се съберат двете осмични числа и да се направи проверка, чрез  десетично събиране. | |
| 718 | 5710 |
| +258 | +2110 |
| 1168 | 7810 |

|  |  |
| --- | --- |
| ЗАДАЧА: Както обикновено опитай самостоятелно следното | |
|  | Събери осмичното число 625 с осмичното число 773 и провери твоя резултат. Отг.16208, което е еквивалентно на 91210 |
| 3.1.3**.** Шестнадесетично събиране | |
| Тук трябва да се помни, че пренос 1 към по-старши разряд се подава, когато сумата е по-голяма или равна на 16. | |
| ПРИМЕР: Да се съберат двете шестнадесетични числа и да се направи проверка чрез  десетично събиране. | |
| ВС6716 4823110  +594А16 +2285810  115В116 7108910 | |

|  |
| --- |
| Шестнадесетично събиране извършваме започвайки от най-младшия значещ разряд на двете числа, в случая 7 плюс А = 7 +10 = 17 , което е 16 +1, следователно сумата , която ще запишем като резултат е 1 и пренос също 1 ще добавим към следващата колона. В тази колона ние имаме 6 + 4 +1 (пренос) = 11 = В, следователно сумата , която ще запишем като резултат е В и няма пренос. В следващата колона имаме С + 9 = 12 + 9 = 21 = 16 + 5, следователно записваме 5 за сума и пренос 1. В  финалната колона ние имаме В + 5 + 1 (пренос) = 11 + 5 + 1 = 17 = 16 + 1,  следователно записваме 1 за сума и пренос 1. И така резултатната сума е115В116 |
| ЗАДАЧА: Както обикновено опитай самостоятелно следното |
| Събери шестнадесетичното число АВС с шестнадесетичното число 789 и провери твоя резултат. |
| Отг. 124516 |
|  |

#### УМНОЖЕНИЕ

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| За умножение на две числа в произволна позиционна система се прилагат правилата за умножение при десетичната система, като за улеснение се използува таблицата за умножение в съответната система. 3.2.1. Умножение на цели двоични числа  Умножителната двоична таблица не би поставяла проблеми, тъй като тя заема  само четири реда: | | | | | |
| 0 . 0 = 0; | 0 . 1 = 0 ; | 1 . 0 | = 0; | 1 . 1 | = 1 |
| Забележете връзката между тази таблица за умножение и Булевата функция И.  За умножение на числа в двоична система може да се използува едно от следните правила: | | | | | |
| 1) Умножаването на двете числа се започва от най-младшия разред на множителя. Ако този разред е 1, записва се множимото, а ако е 0, се записва един ред от нули. При 1 в следващия разред на множителя се преписва множимото, изместено с един разред вляво, а при 0 се записва ред нули, също изместени с един разред вляво. След  това се преминава към следващия разред и т. н. | | | | | |
| 2) Умножаването на двете числа се започва от най-старшия разред на множителя. Ако този разред е 1, записва се множимото, а ако е 0, се записва един ред от нули. При 1 в следващия разред на множителя се преписва множимото, изместено с един разред вдясно, а при 0 се записва ред нули, също изместени с един разред вдясно. След това  се преминава към следващия разред и т. н. | | | | | |
| ПРИМЕР: Извърши умножението на двете двоични числа | | | | | |

1010

1

х 11010

101010000

1010100

0

101010

1000100010

Десетичният еквивалент е 21 х 26 = 546

.

## ЗАДАЧИ: Бройни Системи

* + 1. В каква БС 2\*2=100?
    2. В каква БС 2 \* 2 = 10?
    3. В каква БС 2\*2=11?
    4. В каква БС 4 \* 4 = 31?
    5. В каква БС 3 \* 3 = 10?
    6. Вярно ли е равенството 7 + 8 = 16 ? 7. В каква БС 71 – 36 = 33?

1. В коя бройна система 21 + 24 = 100?
2. В коя бройна система 20 + 25 = 100?
3. В коя бройна система 22 + 44 = 110?
4. Ако 4 \* 4 = 20, то на какво е равно 5 \* 5 (в същата бройна система ). 12. Подредете по възходящ ред: 1001, 111, 010, 100, 1101, 10001.
5. Аз завърших университета на 44 години.След една година станах 100- годишен млад човек и се ожених за 34-годишна девойка. Незначителната разлика във възрастта ни – всичко -11 години помага за това да имаме общи мечти и интереси. След немного години аз вече имах едно малко семейство от 10 деца. С какво се обяснява странното противоречие? Въстановете истинския смисъл на числата.
6. «1101 ноября этого года в маленьком городке Тиб, по улице 101 - Авеню в доме 111 квартира 10101 было совершено громкое преступление. У юного 1001-летнего художника были украдены 11 картин. Пострадавший оценил стоимость похищенного в 100100 рублей, сюда вошли стоимость за краски, цветные карандаши, и альбом.» Възстановете истинските данни
7. Дадено е а=D7 , b=331 . Кое число c, записано в двоична бройна система,

16 8

отговаря на условието a<c<b?

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) | 11011001 | 2) | 11011100 | 3) | 11010111 | 4) | 11011000 |

1. На какво е равна сумата от числата 43 и 56 ?

8 16

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) | 1218 | 2) | 1718 | 3) | 6916 | 4) | 10000012 |

1. Десетичното число 59 е еквивалентно на числото 214 в дадена бройна система. Намерете основата на тази система.
2. В каква БС 3310 ще се запише като 53?
3. В каква БС 2310 ще се запише като 212?
4. В каква БС 4210 ще се запише като 52?

21. В каква БС 71 – 36 = 33?

22. Запишете в троична БС текущата година. 23. 1111102+100102+1012=

24. 101012+101102+1112

25. 2658+7658=

26. 666668+66668=

27. FAD16+6516+CD16=

28. 999916+356D16=

29. 1111102-100102-1012

30. 101012-101102-1112

31. 12658-7658=

32. 543218-6668=

33. FAD16-CD16= 34. 9999916-356D16=

*35.* 1110102+101102+1102=

*36.* 101112+111112+1002=

*37.* 5658+7778=

*38.* 77778+66668=

*39.* F6AD16+8516+C1D16=

*40.* AAA16+356D16=

*41.* 1110102-101102-1102=

*42.* 101112-111112-1002=

*43.* 45658-7778=

*44.* 77778-66668=

*45.* F6AD16-C1D16=

*46.* FAAA16-356D16=

1. Запишете първите 20 цели числа в десетична, двоична, троична, петична и осмична бройни системи
2. Кои цели числа следват след числата:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| а) 12; | е) 18; | л) F16; |
| б) 1012; | ж) 78; | м) 1F16; |
| в) 1112; | з) 378; | н) FF16; |
| г) 11112; | и) 1778; | о) 9AF916; |
| д) 1010112; | к) 77778; | п) CDEF16 ? |

1. Кои цели числа предшестват числата:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| а) 102; | е) 108; | л) 1016; |
| б) 10102; | ж) 208; | м)2016; |
| в) 10002; | з) 1008; | н) 10016; |
| г) 100002; | и) 1108; | о) A1016; |
| д) 101002; | к) 10008; | п) 100016 ? |

1. На коя цифра завършва четното двоично число? На коя цифра завършва нечетното двоично число? На кои цифри може да завърши четното троично число?
2. Кое най-голямо десетично число може да се запише с три цифри:

а) в двоична система; б) в осмична система;

в) в шестнадесетична система?

1. Превърнете числата в десетична система, а след това проверете резултата:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| а) 10110112; | е) 5178; | л) 1F16; |
| б) 101101112; | ж) 10108; | м) ABC16; |
| в) 0111000012; | з) 12348; | н) 101016; |
| г) 0,10001102; | и) 0,348; | о) 0,А416; |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| д) 110100,112; | к) 123,418; | п) 1DE,C816. |

1. Превърнете числата от десетична система в двоична, осмична и шестнадесетична, а след това проверете резултата:

а) 12510; б) 22910; в) 8810; г) 37,2510; д) 206,12510.

1. Превърнете числата от двоична система в осмична и шестнадесетична, а след това проверете резултата:

|  |  |
| --- | --- |
| а) 1001111110111,01112; | г) 1011110011100,112; |
| б) 1110101011,10111012; | д) 10111,11111011112; |
| в) 10111001,1011001112; | е) 1100010101,110012. |